prof. dr hab. Inż. Andrzej Dobrucki
Politechnika Wrocławska
Wydział Elektroniki
Katedra Akustyki i Multimediów
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 Wrocław
Tel. 71 320 30 68
e-mail: andrzej.dobrucki@pwr.wroc.pl

RECENZJA
rozprawy doktorskiej mgr. inż. Doroty Borkowskiej
pt. „Ocena efektywności nieosobliwych metod Trefftza w analizie quasi-stacjonarnych pól elektromagnetycznych"

Rozprawa doktorska mgr inż. Doroty Borkowskiej została wykonana na Wydziale Elektrotechniki i Informatyki Politechniki Rzeszowskiej. Promotorem rozprawy jest prof. dr hab. Adam Brański, zaś promotorem pomocniczym – dr inż. Marek Gołębiowski. W skład rozprawy wchodzi 5 rozdziałów, z których pierwszy stanowi wstęp, zaś ostatni jest zakończeniem pracy, które zawiera jej podsumowanie, wnioski ogólne oraz możliwe kierunki kontynuacji badań. Praca poprzedzona jest wykazem oznaczeń, co jest bardzo przydatne podczas lektury. Rozprawa zawiera ponadto dodatek i spis literatury. W spisie tym znajduje się 86 zacytowanych pozycji naukowych, wśród których 6 są to pozycje opublikowane samodzielnie (4) i wspólnie z Promotorem (2). Należy zwrócić uwagę, że wśród tych pozycji dwie znajdują się na liście JCR, z których jedna (Engineering Analysis with Boundary Elements" ma bardzo wysoką punktację Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego (30). Pozostałe cztery pozycje Autorki są to artykuły opublikowane w czasopismach z tzw. listy B MNiSzW, zresztą dość dziwnych jak na tematykę rozprawy, a mianowicie „Logistyka" oraz „Autobusy. Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe". Rozprawa liczy 91 stron, zawiera 47 rysunków w teście głównym, 3 rysunki w dodatku oraz 6 tabel.

We wstępie Autorka przedstawia przedmiot badań, przegląd literatury cel, tezę i hipotezę rozprawy oraz przedstawia jej zakres. Cel pracy został określony następująco: „ocena efektywności nieosobliwych metod Trefftza w analizie quasi-stacjonarnych pól elektromagnetycznych".

Autorka formułuje następującą tezę pracy:

„jeśli jako narzędzie numeryczne wybierze się nieosobliwe metody Trefftza, to efektywnie przeanalizuje się quasi-stacjonarne pola elektromagnetyczne".

Hipoteza pracy brzmi bardzo podobnie. Nie będę jej tu przytaczał i uważam, że formułowanie osobnej hipotezy jest tu właściwie zbędne.

Mam następującą uwagę dotyczącą celu, tezy (i hipotezy) pracy, jak również do jej tytułu. Dla pól statycznych i quasi-statycznych (wolnozmiennych) do równań opisujących te pola nie wchodzi ani czas jako zmienna ani częstotliwość (lub liczba falowa) jako parametr. Dla takich pól pole magnetyczne i pole elektryczne nie są ze sobą sprzężone. Autorka w dalszej części rozważa wyłącznie pole magnetyczne. Wątpliwości budzą również terminy „pole stacjonarne" lub „quasi-stacjonarne". W przypadku pól elektromagnetycznych, przy pobudzeniu harmonicznym, równanie falowe (hiperboliczne) przekształca się w równanie Helmholtza (eliptyczne). Pole opisane tym równaniem

WPŁYNĘŁO
06. CZE. 2018

nazywa się również polem stacjonarnym. Zamiast terminu „pole stacjonarne" zręczniej będzie używać „pole statyczne". Moim zdaniem poprawnie sformułowany tytuł pracy powinien brzmieć: „Ocena efektywności nieosobliwych metod Trefftza w analizie quasi-statycznego pola magnetycznego".

Odpowiednio dotyczy to również sformułowanych celu pracy, jej tezy oraz hipotezy. Niezależnie od ich niezręcznych sformułowań stwierdzam, że praca dotyczy istotnego problemu naukowego i zawiera jego prawidłowe rozwiązanie. Metoda Trefftza jest oryginalną metodą numeryczną stosowaną do rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych w pewnych obszarach z zadanymi warunkami brzegowymi. O ile w klasycznych metodach, takich jak metoda Ritza lub Galerkina funkcje za pomocą których konstruuje się rozwiązanie w obszarze spełniają w sposób ścisły warunki brzegowe, natomiast nie spełniają równania, o tyle w metodzie Trefftza funkcje te spełniają tożsamościowo równanie, natomiast nie spełniają warunków brzegowych. W pracy rozważane są dwa rodzaje takich funkcji: nieosobliwe funkcje Trefftza oraz funkcje Kupradze, w których osobliwości występują poza rozpatrywanym obszarem. Funkcje te mogą być zarówno funkcjami bazowymi, względem których rozwija się rozwiązanie i poszukuje nieznanych współczynników, tak, aby spełnić z możliwie najmniejszym błędem warunki brzegowe, jak i funkcjami wagowymi, z którymi przeprowadza się całkowania. Autorka rozważa dwa rodzaje sformułowania zagadnienia: tzw. zagadnienie silne oraz zagadnienie odwrotne. Rozwiązania można poszukiwać w postaci dyskretnej, w postaci szeregu lub w postaci całkowej. W pracy zasadniczo Autorka zajmuje się rozwiązaniem w postaci szeregu, chociaż dla bardziej złożonych zagadnień wymagana jest dyskretyzacja obszaru, przez co metoda staje się metodą hybrydową. Autorka wprowadza oryginalną klasyfikację zagadnień w postaci czteroliterowego kodu, w którym pierwsza litera oznacza typ zagadnienia (O – sformułowanie silne, I – sformułowanie odwrotne), druga oznacza postać rozwiązania (S – szereg), dwie ostatnie oznaczają typ zastosowanej funkcji bazowej i wagowej (T – Trefftza, K – Kupradze). Taka klasyfikacja prowadzi do ośmiu metod numerycznych rozwiązania równania. Autorka udowodniła, że jeśli jako funkcje bazowe i wagowe przyjmie się funkcje jednego rodzaju (obie Trefftza lub obie Kupradze), prowadzi to do uzyskania symetrycznych układów równań algebraicznych. Sformułowanie zagadnień, ich klasyfikacja i analiza właściwości stanowią pierwszą część rozdziału 2. Końcowa część rozdziału przedstawia trzy przykłady, na których testuje się opracowane metody. Za ich pomocą rozwiązuje się zagadnienia, dla których istnieją rozwiązania ścisłe. Jakość rozwiązania charakteryzuje się za pomocą błędu średniokwadratowego w całym obszarze, przedstawia się też rozkład tego błędu w rozpatrywanym obszarze. Zastosowanie jako miary błędu bezwzględnego jest o tyle niewygodne, że błąd ten należy porównywać do wartości rozwiązania. Wydaje mi się, że dobrze byłoby podawać też średniokwadratowy błąd względny. Z wyników uzyskanych przez Autorkę wysnuła ona następujące wnioski:

Dla przykładu 1 (zagadnienie Motza) największa wartość błędu występuje w pobliżu osobliwości geometrycznej, zaś najmniejsza wartość błędu średniokwadratowego dla metody w której zarówno funkcje bazowe, jak i wagowe były funkcjami Trefftza (T-T).O ile pierwszy wniosek wydaje się oczywisty, o tyle drugi wymaga, moim zdaniem, komentarza. Po pierwsze, wszystkie rozpatrywane metody dały błąd średniokwadratowy tego samego rzędu wielkości (Tabela 1). Stosunek wartości błędu największego (K-K) do najmniejszego (T-T) nie przekracza 2. Z rozkładu przestrzennego błędu (rysunki 2.11, 2.13, 2.15 i 2.17) wynika jednak co innego. Maksymalne wartości błędu rzędu 13 – 14 występują dla metod T-K i K-T, zaś dla metod T-T i K-K wartości maksymalne

wynoszą ok. 3,5. Dlaczego więc błąd średniokwadratowy był największy dla metody K-K? Wymaga to wyjaśnienia.

Dla przykładu 2 (równanie Laplace'a na kole jednostkowym z warunkami brzegowymi typu Dirichleta zawierającymi nieciągłość dla y=0 ponownie najlepsze wyniki uzyskano dla metody T-T. Wartość błędów dla poszczególnych metod różnią się znacznie (tab. 2). Dla metody K-T błąd jest 7 rzędów większy, zaś dla metod T-K i K-K aż 12 rzędów większy. Brak jest rozkładu błędu w obszarze, a także komentarza, co może być przyczyną takich różnic.

Trzeci przykład dotyczy również równania Laplace'a, tym razem na kwadracie o boku 1. W punkcie (0,0) występuje skok wartości warunku brzegowego Dirichleta. Na dwóch brzegach, x=1 i y=1 występuje jednorodny warunek brzegowy Neumanna. Jak w przykładzie 2, również nie podano rozkładu błędu w obszarze. Błąd średniokwadratowy jest tym razem najmniejszy dla metody K-T. Dla metody T-T jest on nieco większy, zaś dla metod K-K i K-T jest on o rząd większy. Ze wszystkich przykładów Autorka wysnuła wniosek, że najmniejszy błąd dają metody, dla których funkcje wagi są funkcjami Trefftza. Błędy analogicznych metod dla zagadnienia silnego i odwrotnego są takie same. W dalszej części pracy do eksperymentów numerycznych stosowano metody O-S; T-T i I-S; T-T.

Rozdział trzeci dotyczy bardziej złożonych zagadnień, które np. występują w analizie pola magnetycznego. W obszarze źródeł obowiązuje niejednorodne równanie Laplace'a, czyli równanie Poissona. Poza obszarem źródeł obowiązuje równanie Laplace'a. Należy tu nadmienić, że praca poświęcona jest rozwiązywaniu tych równań w dwóch wymiarach. W różnych częściach obszaru mogą występować materiały o różnych właściwościach. Z tego powodu należy zastosować metodę hybrydową, polegającą na dyskretyzacji obszaru na podobszary, rozwiązywanie odpowiednich równań w podobszarach, a następnie „zszyciu" rozwiązań cząstkowych w rozwiązanie globalne, ważne w całym obszarze. Autorka opisuje dwie metody łączenia podobszarów: metodę bezpośrednią oraz tzw. metodę ramek. Za pomocą przeprowadzonych testów numerycznych Doktorantka wykazała, że metoda bezpośrednia jest mniej przydatna w zagadnieniach, dla których zastosowano podział na dużą liczbę podobszarów, ponieważ błąd rośnie wraz z liczbą podobszarów. Z tego względu w dalszych badaniach stosowano metodę ramek. Ostatnia część rozdziału 3 dotyczy łączenia obszarów jednorodnych materiałowo w jeden obszar globalny, niejednorodny. W każdym z podobszarów występują różne warunki brzegowe.

Czwarty rozdział pracy poświęcony jest zastosowaniu nieosobliwych, hybrydowych metod Trefftza do modelowania quasi-statycznego pola magnetycznego przekładnika prądowego. W obszarze uzwojenia pole opisane jest równaniem Poissona, zaś poza tym obszarem zarówno w oknie rdzenia, jak i poza nim – równaniem Laplace'a. Dyskretyzacja podobszarów prowadzi do metody hybrydowej. Jak pisze Autorka, łączenia podobszarów dokonano zarówno metodą bezpośrednią, jak i metodą ramek. Wyniki przedstawiono jedynie z zastosowaniem metody ramek. Obliczenia przeprowadzono metodą O-S; T-T. Rozważania Doktorantka zaczyna od równań Maxwella, chyba po to, aby usprawiedliwić tytuł pracy. Szybko jednak odchodzi o rozważań dotyczących pola elektromagnetycznego na rzecz badania wyłącznie pola magnetycznego. Zagadnienie jest dwuwymiarowe, co powoduje, że badany obszar w trzecim wymiarze jest nieskończenie długim tunelem, w którym jedną ze ścian otaczają uzwojenia. Osobno rozpatrywane są obszary w oknie rdzenia oraz poza oknem w przekroju podłużnym i poprzecznym. Autorka wyprowadza równania dla składowych potencjału wektorowego, które są równaniami Poissona w obszarze uzwojeń, oraz równaniami Laplace'a poza nimi. Na podstawie obliczonych potencjałów wektorowych oblicza się

rozkład wektora indukcji magnetycznej. Ponieważ rozwiązanie ścisłe nie jest znane, Autorka porównała uzyskane przez siebie wyniki z wynikami uzyskanymi przez zastosowanie dwóch profesjonalnych programów: Matlab PDE Toolbox oraz Agros 2D. Takie postępowanie pozwala uniknąć błędów grubych, gdyby metody te dały rozbieżne wyniki. Taka sytuacja nie zachodziła jednak, zaś wyniki uzyskane przez Doktorantkę były zbieżne z wynikami uzyskanymi za pomocą dwóch w/w programów.

W rozdziale 5, w podsumowaniu pracy, Doktorantka deklaruje jej wkład w obszarze nauk technicznych, w dziedzinach elektrotechnika i informatyka. Taka klasyfikacja jest nieścisła. Zgodnie z Roporządzeniem Ministra NiSzW z 8 sierpnia 2011 (Dz.U. 2011.179.1065) obszar nauk technicznych składa się z jednej tylko dziedziny, nazwanej tak samo, czyli nauki techniczne. Ta dziedzina dzieli się na dyscypliny naukowe, wśród których jest zarówno elektrotechnika jak i informatyka. W dalszej części Autorka podsumowuje osiągnięte przez siebie wyniki oraz deklaruje osiągnięcie celów pracy, udowodnienie tezy i potwierdzenie hipotezy. Deklaracje te, z zastrzeżeniami przedstawionymi wyżej należy potwierdzić. Praca doktorska Doroty Borkowskiej zawiera rzeczywisty wkład w rozwój przede wszystkim metod numerycznych. Wykazano, że metody w których użyte zostały funkcje Trefftza jako funkcje wagoweh daje najdokładniejsze wyniki. Wykazanie to co prawda nie zostało dokonane na podstawie ścisłego dowodu matematycznego, ale jako wniosek uzyskany z kilku przykładów, niemniej jednak wynik jest ważny. Podobnie wykazano, że w metodzie hybrydowej lepsze wyniki uzyskuje się poprzez łączenie podobszarów za pomocą ramek. Za najlepszą metodę do rozwiązywania zagadnień magnetostatycznych Autorka uważa metodę O-S; T-T, chociaż przykłady rozpatrzone w rozdziale 2 pokazują, że zastosowanie metody I-S; T-T daje równie dobre wyniki.

Oprócz wyszczególnionych powyżej wątpliwości, w pracy zauważyłem kilka błędów, nieścisłości lub niejasności:

- Na str. 18 i dalszych pojawia się wielkość $\tilde{q}$, która nie jest objaśniona ani w tekście, ani w wykazie oznaczeń. Czy jest to wartość pochodnej na brzegu rozwiązania przybliżonego? Czy dla części brzegu z zadanym warunkiem Neumanna $\tilde{q}=\hat{q}$?
- Na str. 29, drugi wiersz pod wzorem (2.42) - występuje tam powołanie na wzór (1.42), co jest oczywistą pomyłką.
- Zależność (4.1) na str. 55 nie jest ogólna. Dla materiałów anizotropowych jest $\boldsymbol{B} = \mu_0(\boldsymbol{H} + \boldsymbol{M})$, gdzie $\boldsymbol{M}$ jest wektorem magnetyzacji. Gdy $\boldsymbol{M}=\kappa\boldsymbol{H}$, gdzie κ nazywa się podatnością magnetyczną, równanie powyższe przechodzi w równanie (4.1), gdzie $\mu=(\kappa+1)\mu_0$.
- Na rys 4.2 – 4.4 (str. 58 i 59) występują oznaczenia $\Delta^2\boldsymbol{A}$, czyli bilaplasjany, co oczywiście w tym przypadku nie jest prawdą. Powinno być $\nabla^2\boldsymbol{A}$, czyli kwadrat operatora nabla, czyli laplasjan.
- Na rys. 4.7, 4.13 i 4.19 przedstawione są rozkłady potencjału wektorowego w rozpatrywanych obszarach. Przyjmują one również wartości ujemne. Ponieważ potencjał wektorowy jest wektorem, to można mu przypisywać wartości jednoliczbowe bądź w postaci modułu, który jednak nie może być ujemny, bądź w postaci składowych, wówczas należy jednak określić, o które składowe chodzi.

Występują również błędy i niezręczności językowe:

- Str. 28 i dalsze. Autorka używa zwrotu „problem Motz'a" Apostrofu w odmianie nazwisk obcych używa się wówczas, gdy w mianowniku występuje końcówka w postaci samogłoski

niemej (zwykle e), np. Laplace - Laplace'a. W innych przypadkach apostrofu nie używa się (np. Fourier -Fouriera orz Motz -Motza.

- Str. 49, pod wzorem 3.70. Zdanie „...interpolacja (3.69) na płaszczyźnie jest wielomianami opisanymi przez dwie współrzędne..." jest fatalne pod względem stylistycznym.
- Występuje niekonsekwencja w numeracji tabel w rozdziałach 2 i 4. W rozdziale 2, tabele są numerowane jednoliczbowo kolejnymi liczbami (1, 2, 3...), zaś w rozdziale 4 z zastosowaniem numeru rozdziału (4.1, 4.2, 4.3 itd.)

Te nieścisłości nie wpływają w istotny sposób na wartość naukową rozprawy. Stwierdzam, że rozprawa doktorska mgr inż. Doroty Borkowskiej pt. „Ocena efektywności nieosobliwych metod Trefftza w analizie quasi-stacjonarnych pól elektromagnetycznych" spełnia wymagania Ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. 2003 nr 65 poz. 595 z późniejszymi zmianami) i wnioskuję o jej dopuszczenie do publicznej obrony.

Wrocław, 3.06.2018

Andrzej Dobrski